

Trabajo Práctico 1

Modelo Lineal con dos variables

Contenidos: Modelo Lineal con 2 variables, interpretación de los parámetros poblacionales lineales, log-log, log-lin, lin-lin, unidades de medida, estimadores Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), propiedades algebraicas de los estimadores MCO, supuestos clásicos, propiedades estadísticas de los estimadores MCO, test “t”, p-valores, coeficiente de determinación o R-cuadrado.

Fecha de entrega: jueves 24 de septiembre. Ver [reglas de formato y presentación](https://econometria1unlp.com/trabajos-practicos/) en <https://econometria1unlp.com/trabajos-practicos/>.

Parte I

1. El ahorro como determinante de la inversión

En este ejercicio vamos a estudiar la relación entre la tasa de inversión y la tasa de ahorro replicando un clásico en la literatura como es el trabajo de Martin Feldstein y Charles Horioka (1980). Estos autores estudian el financiamiento externo de la economía a través del mercado de capitales. Según la teoría económica, la inversión es financiada por el ahorro interno y externo: si la inversión es independiente del nivel de ahorro interno entonces se considera que hay perfecta movilidad de capitales desde el exterior; por otro lado, si un peso adicional de inversión es totalmente financiado por un peso adicional de ahorro interno, entonces se considera que la economía está cerrada al mercado de capitales extranjeros. Una versión simplificada del modelo propuesto por los autores es la siguiente:

$$(1) \quad I_i = \alpha + \beta S_i + \mu_i$$

donde I_i (variable explicada) es la inversión medida en millones de dólares y S_i (variable explicativa) es el ahorro interno medido en millones de dólares. Suponer los siguientes valores de los parámetros: $\alpha = 0.015$ y $\beta = 0.957$

- a) Indicar de qué tipo de modelo se trata de acuerdo con cómo están expresadas las variables.
- b) Interpretar analítica y económicamente el parámetro α .

c) Calcular el efecto marginal del ahorro sobre la inversión e interpretar su significado económico.

2. Federalismo Fiscal

Suponer que fueron contratados por el Ministro de Economía con el objetivo de estudiar cómo es la relación entre el gasto público *per cápita* y la densidad poblacional a nivel de cada municipio de la provincia, de manera de poder mejorar la asignación del presupuesto provincial. En la literatura de las Finanzas Públicas existe un gran interés en el coeficiente de regresión entre el gasto público per cápita y el número de habitantes, ya que ese coeficiente informa sobre la existencia de economías o deseconomías de escala (y costos de congestión) en el gasto público. El modelo propuesto para su estudio es el siguiente:

$$(1) \quad \ln(Gpubpc_i) = \alpha + \beta Dens_i + \mu_i$$

donde $\ln(Gpubpc_i)$ es el logaritmo del gasto público *per cápita* del municipio i , $Dens_i$ es la densidad poblacional medida como número de habitantes por Km^2 y μ_i es un término aleatorio de ese mismo municipio.

- a) Indicar de qué tipo de modelo se trata de acuerdo con cómo están expresadas las variables.
- b) Suponiendo que $\beta = -0.0013$, obtener analíticamente el efecto marginal de un cambio en la densidad del municipio sobre el gasto público *per cápita*. Interpretar económicamente.
- c) El municipio de La Plata tiene una extensión de $926 Km^2$ y se estima que entre 2019 y 2025 su población pasará de 708.733 a 738.505 habitantes. Suponiendo nuevamente que $\beta = -0.0013$ ¿Cuál es el cambio en el gasto público per cápita que deberíamos esperar como consecuencia del crecimiento poblacional en este municipio?
- d) ¿Como se interpretaría económicamente β si la variable $Dens_i$ estuviese también medida en logaritmos? ¿De qué tipo de modelo se trataría en ese caso?

Parte II ¹²

3. Modelo lineal con dos variables

Con los siguientes datos de ahorro S_i e ingreso I_i (medidos en pesos) para 15 familias:

Hogar (i)	Ahorro (S)	Ingreso (I)
1	97	141
2	46	145
3	125	209
4	81	132
5	68	137
6	147	205
7	12	61
8	84	136
9	105	175
10	93	140
11	15	41
12	112	158
13	14	42
14	61	78
15	59	130

a) Estimar la covarianza y la correlación entre el ahorro y el ingreso de las familias. Interpretar.

b) Suponer que la relación entre el ahorro y el ingreso de las familias puede representarse mediante el siguiente modelo

$$S_i = \alpha + \beta I_i + \mu_i \quad i = 1, \dots, n$$

en donde μ_i es un término aleatorio no observable. Estimar los parámetros α y β de este modelo mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Proporcionar una interpretación económica para las estimaciones obtenidas.

c) *Propiedades algebraicas de los estimadores MCO.* Utilizar las condiciones de primer orden del método de MCO para demostrar analíticamente que la suma de los errores de todas las familias es cero. Adicionalmente, verificar la demostración numéricamente usando los datos provistos en el enunciado.

d) Construir un gráfico de dispersión de los datos (nube de puntos) ubicando en el eje de ordenadas los valores del ahorro y en el de abscisas el ingreso. En el mismo gráfico, dibujar la recta de regresión estimada en el inciso b. [Nota: no es un dibujo a mano alzada, sino uno que se corresponda con los datos proporcionados].

¹ Para todos los ejercicios de la parte II de este Trabajo Práctico se puede utilizar calculadora o planilla de cálculo, pero no STATA.

² Los **resultados** deben expresarse con al menos **3 decimales**.

4. Cambios en las unidades de medida en que se expresan las variables

- Estimar el coeficiente β del modelo de ahorro e ingreso del ejercicio anterior, pero con el ahorro medido en centavos. Interpretar el nuevo valor estimado y compararlo con el obtenido antes del cambio en la unidad de medida.
- Mostrar formalmente que el coeficiente de correlación muestral no cambia cuando la variable S (dependiente) se multiplica por una constante $k > 0$. Mostrar formalmente cómo cambia el estimador MCO de β ante esa misma transformación.
- Repetir (a) para el mismo cambio pero aplicado a los ingresos (variable explicativa).

5. Modelos lineales con y sin ordenada al origen

Siguiendo con el ejemplo de ahorro e ingresos de las familias, considerar un modelo alternativo al propuesto más arriba:

$$S_i = \delta I_i + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, n.$$

Notar que en este modelo *no hay un intercepto*.

- Derivar analíticamente un estimador mínimo cuadrático para δ .
- Utilizando los datos provistos, estimar el coeficiente δ usando el estimador derivado en a). Comparar con los resultados obtenidos en el ejercicio 4. En particular, verificar que la suma de los errores de estimación es distinta de cero y que la recta de regresión estimada no pasa por las medias muestrales de las variables.
- Realizar un gráfico de dispersión de los datos (nube de puntos) y trazar las dos rectas de regresión estimadas. Explicar cómo se manifiesta gráficamente lo que se observó en b).

6. Propiedades estadísticas de los estimadores MC

Considerar el siguiente modelo lineal

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \mu_i \quad i = 1, \dots, n,$$

en donde se cumplen todos los supuestos clásicos. Se pide:

- Demostrar que el estimador MCO de α es insesgado.
- Demostrar que no es necesario suponer que $E(\mu_i) = 0$ con $i = 1, \dots, n$ para que el estimador MCO de β sea insesgado. Comentar qué ocurre con el estimador de α .
- Obtener una expresión analítica para la varianza del estimador MCO de α .

7. Test de hipótesis sobre los parámetros del modelo lineal

En todos los casos realizar un test de hipótesis y explicar detalladamente paso por paso: cuáles son las hipótesis nula y alternativa, cuál es el estadístico de prueba y su distribución bajo la hipótesis nula, la regla de decisión y el resultado del test. Utilizar un nivel de confianza del 95%.

El ahorro como determinante de la inversión: retomar las interpretaciones económicas del modelo sobre ahorro e inversión agregados visto en el ejercicio 2, suponiendo que se

cuenta con las siguientes estimaciones por MCO para el parámetro β basadas en una muestra de 100 países: $\hat{\beta} = 0.957$ y su error estándar de $SE(\hat{\beta}) = 0.015$, donde tanto ahorro e inversión están medidos en millones de dólares. Con esta información se pide:

- a) Evaluar la hipótesis nula de que el ahorro no es relevante para explicar la inversión. Utilizar una hipótesis alternativa a dos colas.
- b) Evaluar la hipótesis nula de que $\beta = 1$ contra la hipótesis alternativa bilateral. Interpretar económicamente el resultado del test.

Federalismo Fiscal: Suponer que se estimó el modelo planteado en el ejercicio 3 con datos de 134 municipios de la provincia de Buenos Aires. Utilizando el método de MCO se obtuvo $\hat{\beta} = -0.0013$ y su error estándar $SE(\hat{\beta}) = 0.0006$. En base a esta información resolver los siguientes incisos planteándolos como pruebas de hipótesis:

- c) ¿Es la densidad poblacional una variable relevante para explicar el gasto municipal per cápita? Realizar la prueba contra una hipótesis alternativa bilateral.
- d) Evaluar la misma hipótesis nula del inciso anterior contra una hipótesis alternativa que plantea la existencia de economías de escala en el gasto público ¿Qué ocurre si en cambio se utiliza un nivel de confianza del 99%?

Parte III³

8. Problema empírico: estimación de una curva de Engel

El objetivo de este ejercicio consiste en introducir el análisis de regresión bivariado a nivel empírico, es decir, a ejemplos concretos usando datos reales, y aprender los comandos básicos del paquete econométrico Stata.

Se estudiará la relación entre el gasto en alimentos, que es una aproximación del consumo y el ingreso de las familias. Las relaciones entre el consumo de un determinado bien y el ingreso se conocen con el nombre de “curvas de Engel”.

Este ejercicio consiste en la estimación de la curva de Engel del consumo de alimentos de Argentina en su versión más simple. La base de datos que se empleará (*gasto-ingreso.dta*) fue obtenida a partir de los resultados de la Encuesta Nacional de Gasto de los Hogares (ENGHo) realizada entre 2004 y 2005 por el INDEC. La base contiene información sobre el ingreso per cápita familiar (*ipcf*) y el gasto en alimentos per cápita (*gasto_alimentos*) de 2659 hogares con ingresos y gastos en alimentos. Las dos variables se encuentran medidas en pesos corrientes.

El modelo propuesto es:

$$G_i = \alpha + \beta Y_i + u_i \quad i = 1, \dots, 2659$$

donde G , Y y u representan el gasto en alimentos per cápita familiar, el ingreso per cápita familiar y un término aleatorio no observable que suponemos cumple con los supuestos clásicos.

Se pide:

- Realizar un análisis estadístico descriptivo básico de cada variable (computar y comentar los resultados para la media, la mediana, el rango, el coeficiente de variación y el desvío estándar).
- Construir un diagrama de dispersión graficando el ingreso per cápita familiar en el eje de abscisas y el gasto en alimentos per cápita del hogar en el eje de ordenadas. Discutir.
- Utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios, estimar los parámetros del modelo propuesto más arriba, donde el gasto en alimentos per cápita es función únicamente del ingreso per cápita familiar. Añadir la recta resultante de esta estimación al gráfico del inciso b.
- Interpretar económicamente el valor de los coeficientes obtenidos (considerar especialmente las unidades de medida).
- Interpretación estadística de los coeficientes estimados. Evaluar la hipótesis nula de que el ingreso no es una variable relevante para explicar la demanda de alimentos de los hogares contra una hipótesis alternativa bilateral.
- ¿Cuánto de la variabilidad del gasto en alimentos per cápita familiar es explicada por la variabilidad del ingreso per cápita familiar?

³ A diferencia de los ejercicios anteriores, los correspondientes a la parte III deben realizarse usando STATA